



## Hvor meget af vindens energi kan man udnytte ??

Vindhastigheden har stor betydning for den mængde vindenergi, som en vindmølle kan omdanne til elektricitet.

Har man oplevet en storm, og været i det fri, ved man, at en kraftig vind kan yde et kraftigt tryk på en person.

Når luften bevæger sig, må den, fordi den vejer noget, indeholde bevægelsesenergi. Eller som det også hedder Kinetisk Energi.

Kinetisk energi kan udtrykkes ved formlen:

$$E_{\text{Kinetisk}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \left[ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = [\text{Joule}]$$

Formlen udtrykker at den kinetiske energi er angivet ved en masse, og en hastighed i 2. potens.

For fx en bil i bevægelse, udtrykker massen hvad bilen vejer i kg. Og hastigheden er jo bilens hastighed i meter pr sekund.

Energien i et legeme, der bevæger sig, er altså proportional med legemets masse (eller vægt), og energien stiger med hastigheden i 2. potens.

## For en luftmængde i bevægelse må gælde følgende:

Ved normalt atmosfæretryk ved 15 grader celsius vejer luft ca. 1,225 kg pr. kubikmeter. Luftens densitet angives med formeltegnet  $\rho$ , som udtales Rho.

Kold luft vejer mere end varm luft. Ved store højder (i bjergegne) er lufttrykket og dermed luftens massefylde lavere, hvorfor 1 m<sup>3</sup> luft vejer mindre.

Dvs. at den kinetiske energi i 1 m<sup>3</sup> luft i bevægelse er afhængig af densiteten, – Og selvfølgelig dens hastighed.

Men må også være afhængig af mængden af luft, der kommer gennem vindmøllevingerne.

For en vindmølle regnes med energien i den luftcylinder, der svarer til vingernes bestrøgne areal.

Arealet regnes i m<sup>2</sup>, og der regnes her ud fra en luftskive på 1 meters tykkelse.

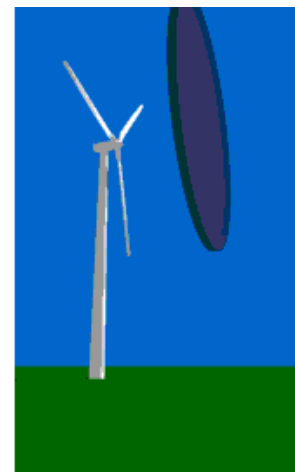


Hvor meget energi, der overføres til rotoren, afhænger derfor af luftens massefylde, rotorarealet og vindhastigheden.

Figuren viser, hvordan en cylindrisk skive luft med en tykkelse på 1 meter bevæger sig gennem en typisk 1.000 kW vindmølle. Den har en vingelængde på ca. 27 meter. Dvs. et bestrøget areal på:

$$\text{Areal} = \pi \cdot r^2 [m \cdot m] \quad A = \pi \cdot 27 \cdot 27 = 2280 [m^2]$$

Vægten, eller massen, af en luftskive på 1 m i tykkelsen, og en diameter på 54 meter, bliver 2.280 gange 1,225 kg. = 2,793 ton.



© 1998 www.WINDPOWER.org

**Opfat luften, der kommer gennem rotorarealet som skiver.**

Det fører så frem til den kinetiske energi i luften:

$$E_{\text{Kinetisk}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot \text{skivetykkelse} \cdot v^2 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \left[ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = [\text{Joule}]$$

Effekt er

$$\text{Effekt} = \frac{\text{Arbejde}}{\text{tiden}} \left[ \text{Watt} = \frac{\text{Joule}}{\text{Sekund}} \right] \quad (\text{Arbejde pr tidsenhed}) \quad \text{Væk ?}$$

Eller:

$$\text{Effekt} = \frac{\text{Kinetisk Energi}}{\text{tiden}} \left[ \text{W} = \frac{\text{J}}{\text{s}} \right] \quad (\text{energi pr tidsenhed})$$

Indsættes formlen for kinetisk energi fås:

$$\text{Effekt} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{t} \left[ \text{W} = \frac{\text{J}}{\text{s}} \right]$$

Indsættes formlen for vind fås:



$$P = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho_{Luft} \cdot A_{Rotor} \cdot l_{Luftskive} \cdot v_{Luft}^2}{t} \left[ \frac{\text{kg} / \text{m}^3 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{m} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} \right]$$

Dette omstruktureres lidt:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho_{Luft} \cdot A_{Rotor} \cdot v_{Luft}^2 \cdot \frac{l_{Luftskive}}{t} \left[ \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \right]$$

Luftens hastighed må være lig:  $\frac{l_{Luftskive}}{t}$ . Altså lig  $v_{Luft}$

$$v_{Luft}^2 \cdot v_{Luft} = v_{Luft}^3$$

Formlen kan derfor omskrives:

$$P_{Luft} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{Luft} \cdot A_{Rotor} \cdot v_{Luft}^3 \left[ W = \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} \right] = \text{Watt}$$

Altså ses, at den effekt, der er i luften er proportional med luftens hastighed i 3. potens.

Ps. Google kan hjælpe med at regne med enheder:

Enhedskonvertering vha. Google giver Watt.

Nettet [Billeder](#) [Grupper](#) [Indeks](#) [Desktop](#)

kg\*m\*m/(s\*s\*s)

Søg:  på nettet  sider på dansk  sider fra Dan

**Nettet**

**1 (kg \* m \* m) / (s \* s \* s) = 1 watt**

[Læs mere om lommeregneren.](#)

Regnes arealet af vinden til 1 m<sup>2</sup>, kan der plottes en graf for vindens energi som funktion af vindens hastighed:

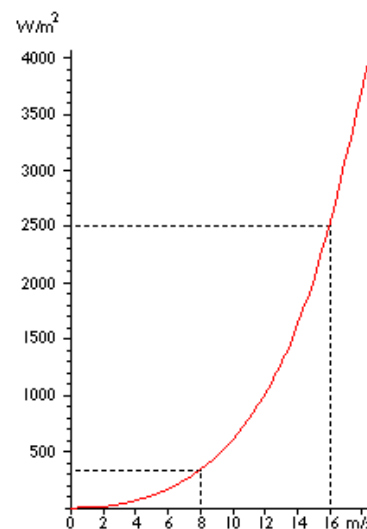


$$P_{Luft} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{Luft} \cdot 1 \cdot v_{luft}^3 [W]$$

Grafen her viser et plot af energi i vinden ved stigende vindhastigheder:

Grafen viser, at ved en vindhastighed på 8 meter i sekundet er der en effekt (energimængde pr. sekund) på 314 Watt pr. kvadratmeter, når vinden står vinkelret på det bestrøgne rotorareal.

Øges vindhastigheden til 16 m/s, bliver effekten otte gange højere, dvs. 2509 W/m<sup>2</sup>.



Graf, der viser energien i vinden som funktion af vindhastigheden.

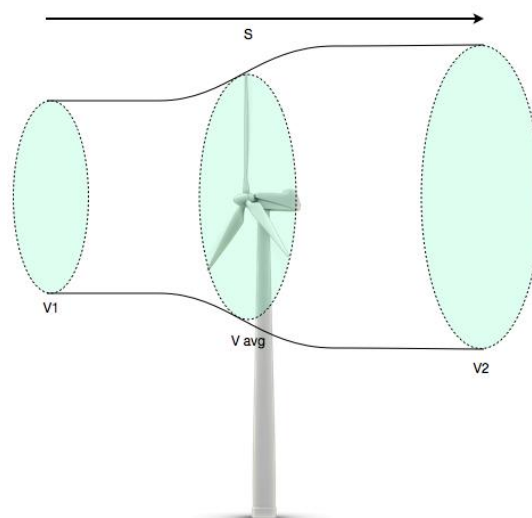
Vindmøller udnytter vindens bevægelsesenergi ved at bremse vinden. Hvis vindhastigheden fordobles, kommer der dobbelt så mange skiver luft af fx 1 meters tykkelse gennem rotoren i sekundet, og hver af skiverne indeholder fire gange så meget energi. Altså 8 gange mere energi.

Er det ikke også således, at den energi, der skal bruges til at drive en bil fremad imod luften, vokser med bilens hastighed i 3. potens. Situationen må være den samme, som hvis man betragter situationen, med en holdende bil i stormvejr.

## Vinden afbøjes

En vindmølle vil afbøje vinden, selv før vinden når hen til rotorplanet. Det betyder, at man aldrig vil være i stand til at høste al energien i vinden ved hjælp af en vindmølle.

Vinden kommer fra venstre, og der bruges en eller anden anordning til at opsamle en del af energien i vinden. (I dette tilfælde bruges en trebladet rotor).



Figuren viser strømrøret omkring en vindmølle



Kilde: [http://www.risoe.dtu.dk/SEC/undervisningsmateriale/vindenergi/2\\_2.aspx?sc\\_lang=da](http://www.risoe.dtu.dk/SEC/undervisningsmateriale/vindenergi/2_2.aspx?sc_lang=da)

Se også: <http://kom.aau.dk/group/03gr512/rapport/vindenergi.pdf>

Luften foran en vindmølle vil begynde at bøje udad i en afstand på ca. 1 vingediameter

Og luftrøret bag ved møllen vil fylde ca. 1,7 gange mere i diameter pga. den lavere hastighed.

## Analogi:

På en motorvej føres 2 spor ind til 1 spor. For at der ikke skal opstå kø ( teoretisk ) er bilerne nødt til at køre dobbelt så hurtigt i det ene spor for at de kan komme væk og ikke give kø !!

Eller modsat. Hvis 1 spor ledes ud i 2 spor vil det være nok, at hastigheden i de to spor er det halve af hastigheden i det ene.

## Strømrøret

Vindmøllen må nødvendigvis bremse vinden, når den opsamler bevægelsesenergien og omdanner den til rotationsenergi. Det betyder, at vinden vil bevæge sig langsommere på venstre side end på højre side af rotoren.

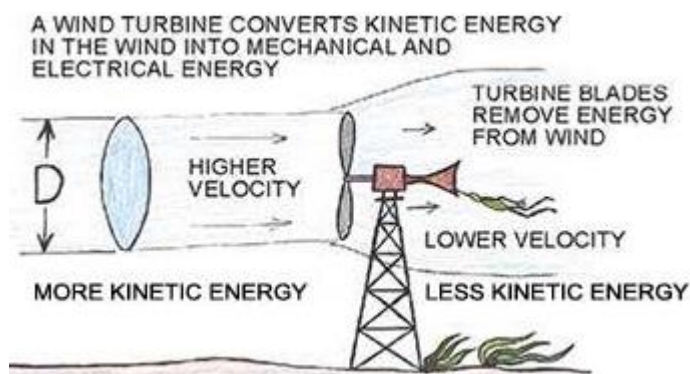
Eftersom den mængde luft, der løber gennem det bestrøgne rotorareal fra højre (pr. sekund) nødvendigvis må være den samme som den mængde luft, der forlader rotorarealet til venstre, må luften udfylde et større areal (diameter) i røret bagved rotorplanet.

På billedet ovenfor er dette illustreret ved at vise et tænkt rør, et såkaldt ”strømrør” omkring vindmøllens rotor. Strømrøret viser, hvordan den langsommere vind til venstre i billedet vil opfylde et større rumfang bagved rotoren.

Vinden bliver ikke bremsed ned til sin endelige hastighed lige bagved rotorplanet. Opbremningen sker gradvis bagved rotoren, indtil hastigheden bliver næsten konstant.



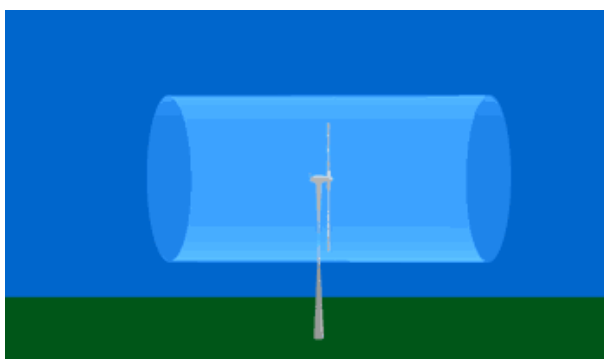
Længere bag ved rotoren, vil turbulensen i vinden få den langsomme vind bag rotoren til at blande sig med den hurtigere vind fra det omgivende område. Lævirkningen bag rotoren vil derfor gradvis aftage, jo længere man kommer væk fra vindmøllen.



<http://www.ftexploring.com/energy/wind-erngy.html>

## Hvorfor ikke et cylindrisk strømrør?

Nu kan man selvfølgelig sige, at vindmøllen ville rotere, selv om man placerede den i et normalt cylindrisk rør, som det er gjort i billedet nedenfor. Hvorfor påstås så, at strømrøret er flaskeformet?



Selvfølgelig er det rigtigt, at vindmøllen ville kunne dreje rundt, hvis den var placeret i et stort glasrør som det, der er vist til venstre. Men hvad sker der i så fald:

Vinden til venstre for rotoren bevæger sig med en lavere hastighed end vinden til højre for rotoren. Men samtidig vides, at den mængde luft, der kommer ind i røret fra højre hvert sekund, må være den samme som den mængde, der forlader røret i den venstre ende.

### **Overvejelser om rotoren i et "glasrør"**

Man kan derfor slutte, at hvis man har en forhindring for vinden (i dette tilfælde rotoren) i røret, så må noget af den luft, der kommer fra højre blive presset uden om røret (på grund af overtrykket i rørets højre ende).

Så det cylindriske rør er ikke et retvisende billede af, hvad der sker med vinden, når den møder en vindmølle. Det forrige billede er det korrekte.

## Maksimal energi, der kan trækkes ud af vinden

Jo mere bevægelsesenergi en vindmølle trækker ud af vinden, jo mere vil vinden blive bremsed, når den forlader vindmøllen.

Hvis man forsøgte at trække al energien ud af vinden, ville luften fjerne sig med hastigheden nul, dvs. luften kunne ikke komme væk fra vindmøllens bagside.



I så fald ville man ikke kunne høste nogen energi, eftersom ingen vind ville kunne komme frem til vindmøllens rotor. Rotoren ville virke som en mur.

I det andet ekstreme tilfælde ville vinden passere gennem det bestrøgne areal, uden overhovedet at blive bremset. I så fald kunne man heller ikke trække nogen energi ud af vinden.

Det må derfor formodes, at der må findes en optimal måde at bremse vinden på, som ligger mellem disse to yderpunkter, og som mere effektivt kan omdanne bevægelsesenergien i vinden til nyttig mekanisk energi.

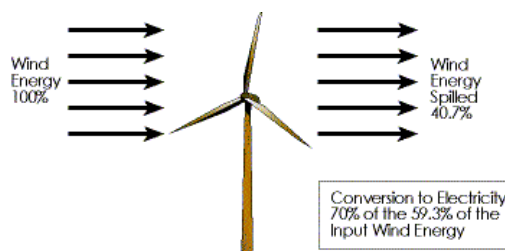
Altså at bremse mellem 0 % og 100 %

## Betz' lov

I 1919 konkluderede den tyske fysiker, at ingen vindturbine kan konvertere mere end  $16/27 = 59,3\%$  af den kinetiske energi i vind til mekanisk energi til at dreje en rotor.

Det er i dag kendt som Betz's lov.

Grænsen har ingenting at gøre med effektiviteten af generatoren, men siger kun noget om, hvor meget energi, der kan udnyttes, når den bremsede luft bag vindmøllen skal kunne komme væk.



Kilde: <http://www.reuk.co.uk/wordpress/wind/betz-limit/>

Det er overraskende, at man allerede i 1926 kunne lave et så generelt udsagn, som gælder alle vindmøller med en skiveformet rotor !!

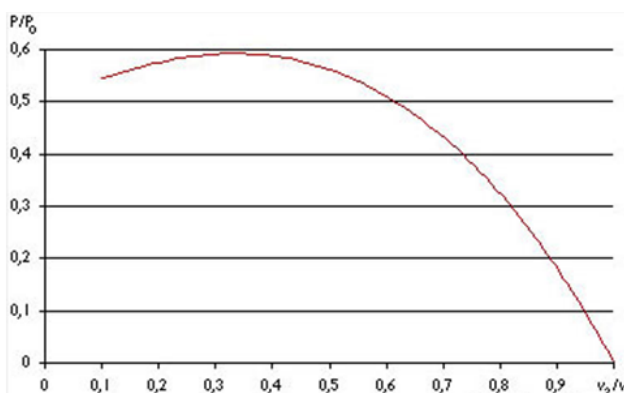
Det kræver en del matematik at forstå udregningen af Betz's lov.

Graf for mulig udnyttelse af vindenergien:

Her er Betz's lov brugt til at tegne en graf.

X-aksen vindens hastighed efter møllen i forhold til den ubremsede vind, og på Y-aksen vises den teoretiske maksimale udnyttelsesgrad.

Maksimum fås når luftens hastighed bremses til  $1/3$  del.

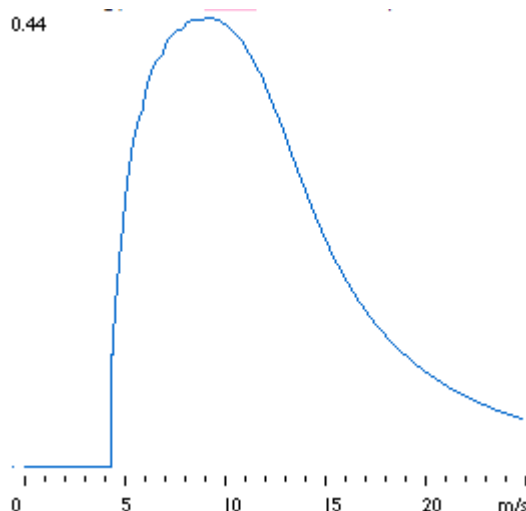




Det gælder altså at den teoretiske maksimum for enhver vindmølle er udnyttelse af 59% af vindens energi. Men i den virkelige verden ligger værdien for en vindmølle nærmere på 35 til 45 %

Og hvis man medtager tab i generatoren, lejerne, strømtransmissionen osv. bliver måske kun 10 – 30 % af effekten i vinden konverteret til brugelig strøm.

*Power Coefficient ( $C_p$ ) is a measure of wind turbine efficiency often used by the wind power industry.  $C_p$  is the ratio of actual electric power produced by a wind turbine divided by the total wind power flowing into the turbine blades at specific wind speed. When defined in this way, the power coefficient represents the combined efficiency of the various wind power system components which include the turbine blades, the shaft bearings and gear train, the generator and power electronics.*

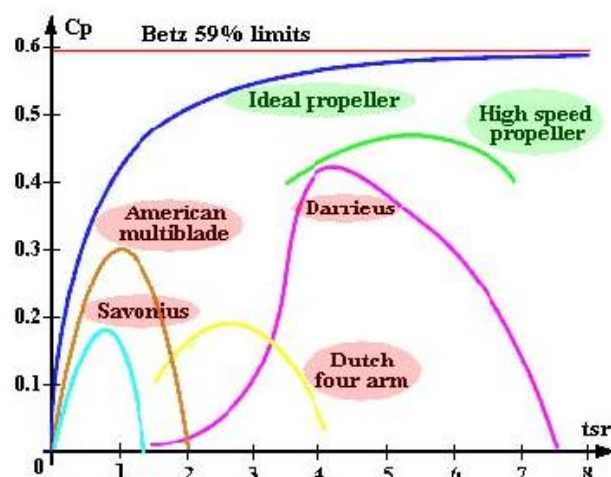


Kilde: <http://www.ftexploring.com/wind-energy/wind-power-coefficient.htm>

I praksis ligger  $C_p$  på 0,3 - 0,4.

Her vises en oversigt over forskellige vindmøllers maksimale vindudnyttelsesgrad.

Det ses, at den maksimale energiudnyttelse af vind er 0,59.



Altså kan en vindmølle maksimal udnytte 59 % af vindens energi. Vindens hastighed reduceres ved passage gennem vingearialet til 1/3. Se: <http://www.akraft.dk/vindsol.htm>





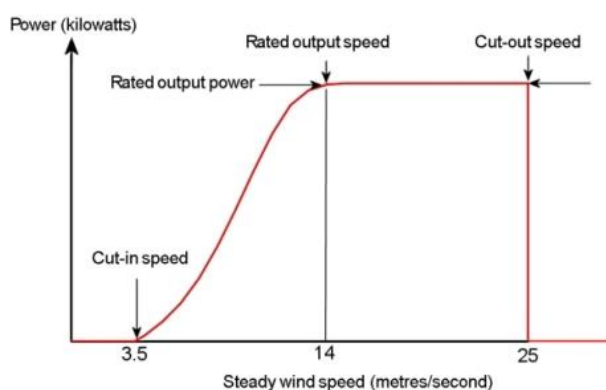
## Minimum og maksimum vindhastighed

De fleste vindmøller er designet til først at starte med at rotere ved en vindhastighed på 3 - 5 m/s. Under denne hastighed vil vindmøllegeneratoren virke som en motor og således bruge strøm i stedet for at producere strøm.

Mellem 5 - 13 m/s stiger udgangseffekten med stigende vindhastighed !!

Vindmøllen opnår den optimale produktion ved en vindhastighed fra 13 - 15 m/s, og her vil den producerede effekt ligge konstant på dens maksimale produktionskapacitet.

Ved en vindhastighed på cirka 25 m/s stoppes vindmøllens rotor for at forhindre, at der sker skade på vindmøllen på grund af den store kraftpåvirkning. I første omgang reduceres rotorens omdrejningstal ved enten at stalle eller pitche vingerne, og rotoren kan stoppes helt ved at krøje nacellen ud af vinden.



## Eksempel:

Den maksimale effekt i luft i bevægelse er givet ved:

:

$$P_{Luft} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{Luft} \cdot A_{Rotor} \cdot v_{luft}^3 \left[ W = \frac{Kg}{m^3} \cdot m^2 \cdot \frac{m}{s} \cdot \frac{m}{s} \cdot \frac{m}{s} = \frac{Kg \cdot m^2}{s^3} \right]$$

Den teoretiske maksimale udnyttelse,  $C_p$ , er 59 %. I praksis er vindmøllers udnyttelsesgrad snarere 35 til 45%. Her vælges en  $C_p = 40\%$

Derfor findes:

$$P_{Muligt} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{Luft} \cdot A_{Rotor} \cdot v_{luft}^3 \cdot C_p [W]$$

I følgende beregning regnes med mølledata:

Vingelængde: 52 m

Vindhastighed  $v = 12$  m/sec.

Luft densitet  $\rho = 1,23$  kg/m<sup>3</sup>.

$C_p = 0,4$



Det bestrøgne areal beregnes til  $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 52^2 = 8495 \text{ m}^2$

Herefter fås møllens effekt til:

$$P_{\text{Muligt}} = \frac{1}{2} \cdot 1,23 \cdot 8495 \cdot 12^3 \cdot 0,4 [\text{W}] = 3,6 \text{ M} [\text{W}]$$

Fra: <http://www.dkvind.dk/fakta/pdf/T1.pdf>

## Vindmøllers virkningsgrad

*En vindmølle – konstrueret til danske vindforhold – vil udnytte ca. 25 procent af det energindhold, som er i den vind, der passerer rotoren. Tallet bliver til på følgende måde:*

*Den teoretisk maksimale udnyttelse af vindenergiindholdet er 59 procent (ifgl. Betz' formel). De moderne møller udnytter idag op til 45 procent på deres bedste driftspunkt. Det bedste driftspunkt er i konstruktionen lagt ved den vindhastighed, hvor der er mange timer og dermed den største andel af årets vindenergi. Det ligger under danske forhold på omkring 7-9 meter pr. sekund. Når møllen producerer ved højere eller lavere vindhastighed, falder virkningsgraden på grund af de aerodynamiske forhold. Det betyder, at den gennemsnitlige virkningsgrad over året vil ligge på 25-30 procent. Det er den del af energien, som omsættes i rotoren. Af denne energimængde tabes der 6-10 procent i gear og generator. Dermed når den samlede virkningsgrad ned på 22-28 procent.*

*En pitchreguleret mølle – dvs. en mølle, som er i stand til at regulere vingebledets indstilling – vil kunne reducere tabet med 5-7 procent og dermed opnå en højere totalvirkningsgrad.*

*En mølle med en høj virkningsgrad vil normalt også være en økonomisk god mølle – afhængig af hvor meget, der er betalt ekstra for at opnå den høje virkningsgrad.*

*Det er dog vigtigt at bemærke, at »tabet« ved dårlig udnyttelse af vinden i en vis forstand ikke har kostet noget, idet vinden er gratis. Hvis derimod et brændselsstyret elproduktionsanlæg kører med 5 procent dårligere virkningsgrad, end det er optimalt muligt, så vil anlægget i hele sin levetid bruge 5 procent for meget brændsel og dermed også forurene 5 procent for meget ved fremstilling af en given elmængde.*